

# Olympiadeklassen 11 – 12



**HOUSE of SCIENCE**  
VidensBy Sønderborg

Når du går i gang med opgaverne, så husk:

1. Din løsning skal indeholde begrundelser og udregninger, og disse skal være tydeligt genkendelige. Du skal altså også forklare, hvordan du er kommet frem til resultaterne og delresultaterne.
2. Beskriv hvordan du logisk korrekt har løst opgaven og benyt grammatisk korrekte sætninger.
3. Hvis du i din løsning af opgaven har benyttet dig af matematiske udsagn, som ikke er kendt fra den almindelige undervisning i skolen, skal disse bevises. Hvis disse udsagn har et selvstændigt navn (reference), og derigennem anses som almindeligt kendt, kan der ses bort fra en bevisførelse.

## **MatematikOlympiade 2017 - dansk version**

Et samarbejde mellem EUF Europauniversitet Flensborg og House of Science, Sønderborg  
c 2017 Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.



### 571211

Bestem alle reelle tal  $z \leq 100\,000$ , når  $m$  og  $n$  er positive hele tal, for hvilke de to nedenstående ligninger går op.

1)  $z - n^2 = m^4$

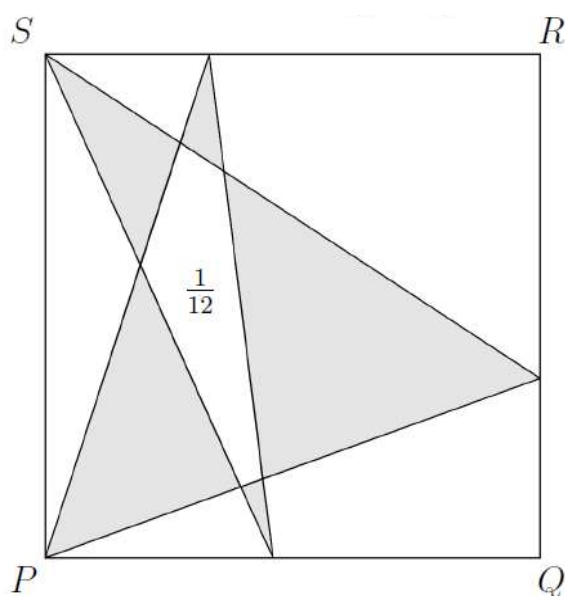
2)  $(n + 1)^2 - z = 2^m$

### 571212

Et kvadrat PQRS har sidelængden 1. Inden i kvadrat er der placeret en femtakket stjerne. Stjernens hjørner er placeret som følger:

2 af stjernens hjørner ligger sammenfaldende med kvadratets hjørner P og S. Stjernens resterende tre hjørner ligger på siderne PQ, QR og RS (se tegning A571212). Arealet af den midterste femkant er  $\frac{1}{12}$ .

Beregn det samlede areal af de grå trekanter?



A 571212



### 571213

For tre positive reelle tal  $a$ ,  $b$  og  $c$  gælder  $a \leq b \leq c$  og  $a \cdot b \cdot c = 1$ .

Bevis, at  $a$  og  $c$  opfylder uligheden  $(a + 1)(c + 1) > 3$

### 571214

I et kvadrat med sidelængden 2017 ligger 10000 punkter

- a) Bevis, at der findes en cirkel med diameteren 100, hvori mindst 12 af disse punkter ligger.
- b) Bevis, at der endog findes en cirkel med diameteren 100, hvori mindst 15 af disse punkter ligger.